

PEMODELAN MASALAH PENUGASAN (*ASSIGNMENT PROBLEM*) DENGAN KOEFISIEN ONGKOS KABUR

Sani Susanto¹
Dedy Suryadi²

^{1,2}Jurusan Teknik Industri, Fakultas Teknologi Industri, Universitas Katolik Parahyangan
Jl. Ciumbuleuit 94, Bandung – 40141. Tlp/Fax: (022) 232700
¹ssusanto@home.unpar.ac.id, ²dedynamo@yahoo.com

ABSTRAK

Masalah penugasan (MP, *assignment problem*) sebagai bentuk khusus dari masalah pemrograman linier telah banyak dibahas. Namun demikian, sebagian besar pembahasannya masih didasarkan pada asumsi bahwa besarnya ongkos/waktu pengerjaan tugas bersifat tertentu. Tulisan ini membahas MP dalam hal asumsi ini terlanggar, artinya, ongkos/waktu pengerjaan suatu tugas tidak berupa bilangan tunggal, melainkan berupa nilai yang berada pada suatu interval tertentu.

Kata kunci: Masalah Penugasan (*Assignment Problem*), bilangan kabur.

PENDAHULUAN

Pada masalah penugasan (MP, *assignment problem*) diberikan sejumlah sumber daya yang dapat mengerjakan sejumlah pekerjaan dengan ongkos total pengerjaan yang diketahui secara pasti/tepat. Setiap sumber daya hanya mengerjakan satu pekerjaan, demikian pula sebaliknya. Tujuan dari pemecahan MP adalah menentukan satu pekerjaan manakah (dari sejumlah pekerjaan yang ada) yang harus dikerjakan oleh seorang pekerja (dari sejumlah pekerja yang ada), dan sebaliknya, agar ongkos total pengerjaan menjadi serendah mungkin. Dalam hal ini, besaran ongkos pengerjaan dapat digantikan dengan waktu pengerjaan.

Berdasarkan klasifikasi model/permasalahan pada penelitian operasional, MP merupakan bentuk khusus masalah transportasi (MT). Adapun MT dapat dimodelkan sebagai masalah pemrograman linier bilangan bulat (MPLBB). Dengan demikian, MP dapat didekati melalui MPLBB, khususnya MPLBB 0-1.

MP yang banyak dibahas dalam literatur didasarkan pada asumsi bahwa koefisien ongkos pengerjaan diketahui dengan pasti/tepat. Artinya setiap koefisien ini cukup dinyatakan cukup dengan sebuah bilangan saja. Pada kenyataannya, mungkin sekali terjadi kekaburan (*fuzzyness*) pada koefisien-

koefisien tersebut. Artinya, besar kemungkinan bahwa koefisien-koefisien ongkos itu tidak mengambil nilai berupa sebuah bilangan saja, melainkan nilainya berada pada suatu interval. Jadi, diperlukan suatu pemodelan MP yang dapat mengakomodasi kekaburan koefisien ongkos, agar pembahasan MP menjadi lebih realistis. Pemodelan MP biasa menjadi MP dengan koefisien ongkos yang kabur dapat dilakukan dengan memodelkan MP ke dalam masalah pemrograman linier dengan koefisien fungsi objektif kabur (MPLKFOK) 0-1. Model yang dihasilkan merepresentasikan pemodelan masalah penugasan kabur (MPK).

TINJAUAN PUSTAKA

Pada perumusan model MPLKFOK 0-1 untuk MPK terdapat beberapa teori yang melandasinya. Teori-teori tersebut meliputi perumusan MP dalam bentuk masalah pemrograman linier (MPL) bersifat *crisp*, dan konsep bilangan kabur.

Masalah Penugasan. MP terbentuk dari adanya hal-hal berikut: terdapat m -buah sumber daya dan n -buah pekerjaan, setiap sumber daya dapat mengerjakan semua jenis pekerjaan yang tersedia dan setiap pekerjaan boleh dikerjakan oleh semua sumber daya yang ada, ongkos yang timbul sebagai akibat penugasan sumber daya ke- i untuk

mengerjakan pekerjaan ke- j adalah sebesar c_{ij} satuan, harus ditentukan penugasan dengan total ongkos terendah sehingga sebuah pekerjaan hanya dikerjakan oleh sebuah sumber daya, dan sebaliknya. MP tersebut dapat dirumuskan ke dalam MPLBB 0-1 sebagai berikut:

$$\text{minimasi } \sum_{i=1}^{i=m} \sum_{j=1}^{j=n} c_{ij} x_{ij} \quad (2.1)$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{j=n} x_{ij} = 1 \quad (2.2)$$

$$\sum_{i=1}^{i=m} x_{ij} = 1 \quad (2.3)$$

$$x_{ij} = 0 \text{ atau } 1 \quad (2.4)$$

dimana: c_{ij} , disebut *koefisien fungsi objektif* (KFO) atau *koefisien ongkos* yang menyatakan ongkos atau waktu untuk menugaskan sumber daya- i mengerjakan pekerjaan- j , x_{ij} bernilai 1 bila sumber daya- i ditugaskan untuk mengerjakan pekerjaan- j

dan bernilai 0 bila tidak demikian, $\sum_{i=1}^{i=m} \sum_{j=1}^{j=n} c_{ij} x_{ij}$

merupakan fungsi objektif dari MP yang menyatakan ongkos total penugasan setiap sumber daya untuk mengerjakan setiap pekerjaan, satu orang pekerja tertentu hanya mengerjakan satu jenis pekerjaan

tertentu atau $\sum_{j=1}^{j=n} x_{ij} = 1$, satu pekerjaan tertentu

hanya dikerjakan oleh satu orang pekerja tertentu

atau $\sum_{i=1}^{i=m} x_{ij} = 1$, $i = 1, 2, \dots, m$ (m = jumlah pekerja)

dan $j = 1, 2, \dots, n$ (n = jumlah pekerjaan).

Rumusan MP dengan fungsi objektif (2.1) dibuat berdasarkan asumsi bahwa KFO c_{ij} bernilai tentu, yaitu berupa sebuah bilangan tunggal. Pada kenyataannya, seringkali nilai KFO tidak berupa bilangan tunggal, melainkan berada pada sebuah interval. Kenyataan tersebut dapat diakomodasi dengan membangun sebuah model yang baru bagi MP. Model baru itu mengizinkan pelanggaran asumsi ketertentuan KFO c_{ij} dengan membolehkannya mengambil nilai pada suatu interval. Untuk itu, diperlukan konsep **bilangan kabur** yang akan dibahas pada bagian berikutnya.

Konsep Bilangan Kabur (Susanto dan Adianto, 2005). Konsep bilangan kabur muncul karena sering tidak mungkin digunakan frase *tepat sekian*, melainkan harus menggunakan frase yang menggambarkan *ketidaktepatan*, seperti: *sekitar sekian*, *kira-kira sekian*, *hampir sekian* atau *kurang lebih sekian*. Contohnya, seorang operator dapat menyelesaikan pekerjaan memasang satu kancing baju dalam waktu *kurang lebih* 15 detik.

Pada Matematika terdapat konsep yang mengakomodasi situasi *ketidaktepatan*. Konsep tersebut dibangun oleh Lotfi Zadeh pada tahun 1965 (Wang, 1997). Nama konsep itu bervariasi, ada yang menyebutnya *Fuzzy Logic*, *Fuzzy Sets*, *Fuzzy Mathematics*. Istilah *fuzzy* belum mendapatkan keseragaman terjemahan. Beberapa terjemahan tersebut adalah: *kabur*, *tidak tegas*, *halus*. Dalam tulisan ini dipilih padanan *kabur* untuk kata *fuzzy*, dan konsep yang akan digunakan, adalah konsep *bilangan kabur* atau *fuzzy number*.

Tinjau A , himpunan bilangan yang sama dengan 3, jadi $A = \{3\}$. Himpunan ini hanya memiliki sebuah anggota, yaitu 3. Himpunan ini dicirikan oleh fungsi berikut, yang disebut *fungsi karakteristik* dari himpunan A , atau $\mu_A(x)$ yang persamaannya adalah:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{jika } x = 3 \\ 0, & \text{jika } x \neq 3 \end{cases}$$

Fungsi ini memberikan *derajat keanggotaan* pada setiap unsur di himpunan semesta. Misalnya, 3 memiliki derajat keanggotaan penuh, yaitu 1, terhadap A . Bilangan 5, 4, 2, 1 tak memiliki derajat keanggotaan, atau derajat keanggotaannya 0. Bilangan 3.1; 3.01; 3.001; 2.999; 2.99; 2.9 nilainya cukup dekat terhadap 3, namun terhadap himpunan A bilangan ini berderajat keanggotaan 0. Himpunan yang hanya mengenal dua jenis relasi (*anggota* atau *bukan anggota*) antara suatu unsur dengan suatu himpunan disebut *himpunan tegas* (*crisp set*). Himpunan ini, hanya mengenal dua macam derajat keanggotaan, yaitu keanggotaan penuh (*full membership*) dengan nilai fungsi karakteristik sebesar 1, serta ketidakanggotaan sama sekali (*full nonmembership*).

Berbeda dengan himpunan tegas, *himpunan kabur* (*fuzzy set*), mengenal konsep *keanggotaan sebagian* (*partial membership*). Contohnya, bilangan 3.1 atau 2.9 masih mendapat semacam pengakuan

sebagai anggota A, misalnya, masing-masing dengan derajat keanggotaan 0.9. Bila himpunan nilai derajat keanggotaan himpunan tegas adalah himpunan biner $\{0,1\}$, maka himpunan nilai derajat keanggotaan himpunan kabur adalah interval tertutup $[0,1]$.

Himpunan bilangan yang nilainya *sekitar (kira-kira, hampir, kurang lebih)* 3 adalah contoh himpunan kabur, disebut *bilangan kabur* 3. Ada dua jenis bilangan kabur yang biasa digunakan: *bilangan*

kabur segitiga (triangular fuzzy number) dan *bilangan kabur trapesium (trapezoidal fuzzy number)* (Wang, 1997). Tulisan ini membahas jenis pertama.

Bilangan kabur segitiga c_{ij} , ditulis \bar{c}_{ij} , dengan *batas bawah* c_{ij}^- dan *batas atas* c_{ij}^+ didefinisikan oleh fungsi keanggotaan segitiga berikut:

$$\mu_{c_{ij}}(x; c_{ij}^-, c_{ij}, c_{ij}^+) = \begin{cases} (x - c_{ij}^-) / (c_{ij} - c_{ij}^-), & \text{jika } c_{ij}^- \leq x < c_{ij} \\ (c_{ij}^+ - x) / (c_{ij}^+ - c_{ij}), & \text{jika } c_{ij} \leq x \leq c_{ij}^+ \\ 0, & \text{jika } x > c_{ij}^+ \text{ atau } x < c_{ij}^- \end{cases} \quad (2.5)$$

Bilangan kabur segitiga \bar{c}_{ij} pada (2.5) sering dilambangkan dengan

$$\bar{c}_{ij} = (c_{ij}^-, c_{ij}, c_{ij}^+) \quad (2.6)$$

Sebagai contoh bilangan kabur segitiga 3, atau $\bar{3}$, secara subjektif, dapat didefinisikan melalui fungsi keanggotaan:

$$\bar{3} = \mu_3(x; 2.5, 3, 4) = \begin{cases} 2(x - 2.5), & \text{jika } 2.5 \leq x < 3 \\ -(4 - x), & \text{jika } 3 \leq x < 4 \\ 0, & \text{jika } x > 4 \text{ atau } x < 2.5 \end{cases} = (3^-, 3, 3^+) = (2.5, 3, 4)$$

Pada himpunan bilangan kabur segitiga 3, atau $\bar{3}$, derajat keanggotaan beberapa anggotanya disajikan pada Tabel-1.

Tabel 1. Beberapa nilai derajat keanggotaan dari himpunan bilangan kabur segitiga 3

X	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3	3.2	3.4	3.6	3.8	4
$\mu_3(x; 2.5, 3, 4)$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	0.8	0.6	0.4	0.2	0

METODE PENELITIAN

Tinjau Masalah Penugasan (2.1)-(2.4). Misalkan KFO c_{ij} pada (2.1) tidak berupa bilangan tunggal yang tegas (*crisp*) melainkan berbentuk bilangan kabur (*fuzzy*), khususnya berbentuk bilangan kabur segitiga \bar{c}_{ij} , seperti didefinisikan pada persamaan (2.5). Untuk itu perlu ditetapkan batas bawah dan batas atas bagi \bar{c}_{ij} , misalkan saja c_{ij}^- dan c_{ij}^+ . Jadi

bilangan kabur segitiga \bar{c}_{ij} dapat didefinisikan oleh fungsi keanggotaan (2.5). Berikut ini adalah bahasan selengkapnya dari pemodelan MPK serta usulan solusinya.

Pemodelan Masalah Penugasan Kabur. Pengembangan model (2.1)-(2.4) menjadi MPKFOK dapat didekati dengan MPLKFOK 0-1. Perumusan MPLKFOK, dapat dilihat pada (Susanto dan Adianto, 2005), sehingga

penerapannya bagi perumusan MPKFOK adalah sebagai berikut:

Langkah-1: Tentukan MP yang akan diubah kedalam MPKFOK (yaitu, (2.1)-(2.4))

Langkah-2: Tentukan jenis bilangan kabur bagi KFO (yaitu, (3.1))

Langkah-3: Tentukan:

- a) $\mathbf{c} = (c_{11} \dots c_{1n}; c_{21} \dots c_{2n}; \dots; c_{i1} \dots c_{in}; \dots; c_{m1} \dots c_{mn})$,
yaitu vektor KFO, dengan c_{ij} menyatakan ongkos yang "the most possible" bagi penugasan satu unit sumber daya- i untuk mengerjakan tugas ke- j ,
- b) $\mathbf{c}^- = (c_{11}^- \dots c_{1n}^-; c_{21}^- \dots c_{2n}^-; \dots; c_{i1}^- \dots c_{in}^-; \dots; c_{m1}^- \dots c_{mn}^-)$,
yaitu vektor batas bawah KFO, dengan c_{ij}^- menyatakan batas bawah ongkos penugasan satu unit sumber daya- i untuk mengerjakan tugas ke- j ,
- c) $\mathbf{c}^+ = (c_{11}^+ \dots c_{1n}^+; c_{21}^+ \dots c_{2n}^+; \dots; c_{i1}^+ \dots c_{in}^+; \dots; c_{m1}^+ \dots c_{mn}^+)$,
yaitu vektor batas atas KFO, dengan c_{ij}^+ menyatakan batas atas ongkos pengiriman

$$\max z_1 = (\mathbf{c} - \mathbf{c}^-) \mathbf{x}, \min z_2 = \mathbf{c} \mathbf{x}, \min z_3 = (\mathbf{c}^+ - \mathbf{c}) \mathbf{x}$$

dengan kendala

$$\mathbf{A} \mathbf{x} \leq, =, \geq \mathbf{b}$$

$$x_{ij} = 0, 1$$

(3.2)

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

Usulan Solusi Masalah Penugasan Kabur.

Dalam hal KFO c_{ij} pada MP (2.1)-(2.4) merupakan bilangan kabur segitiga, maka masalah ini dapat dirumuskan menjadi masalah optimasi (3.2). Berikut ini adalah langkah-langkah penyelesaian masalah optimasi (3.2):

Langkah-5: Untuk memecahkan (3.2) ubah masalah tersebut menjadi:

Langkah-6: Untuk memecahkan masalah (3.3) ditempuh sub-langkah berikut ini:

Sub-langkah 6-1:

Tentukan nilai-nilai berikut ini:

$$- z_1^{\min} = \min_{\mathbf{x} \in X = \{\mathbf{x} | \mathbf{A} \mathbf{x} \leq \mathbf{b}, x_{ij} = 0, 1\}} (\mathbf{c} - \mathbf{c}^-) \mathbf{x} \quad (3.4)$$

$$- z_1^{\max} = \max_{\mathbf{x} \in X = \{\mathbf{x} | \mathbf{A} \mathbf{x} \geq \mathbf{b}, x_{ij} = 0, 1\}} (\mathbf{c} - \mathbf{c}^-) \mathbf{x} \quad (3.5)$$

$$- z_2^{\max} = \max_{\mathbf{x} \in X = \{\mathbf{x} | \mathbf{A} \mathbf{x} \leq, =, \geq \mathbf{b}, x_{ij} = 0, 1\}} \mathbf{c} \mathbf{x} \quad (3.6)$$

$$- z_2^{\min} = \min_{\mathbf{x} \in X = \{\mathbf{x} | \mathbf{A} \mathbf{x} \leq, =, \geq \mathbf{b}, x_{ij} = 0, 1\}} \mathbf{c} \mathbf{x} \quad (3.7)$$

$$- z_3^{\max} = \max_{\mathbf{x} \in X = \{\mathbf{x} | \mathbf{A} \mathbf{x} \geq \mathbf{b}, x_{ij} = 0, 1\}} (\mathbf{c}^+ - \mathbf{c}) \mathbf{x} \quad (3.8)$$

$$- z_3^{\min} = \min_{\mathbf{x} \in X = \{\mathbf{x} | \mathbf{A} \mathbf{x} \geq \mathbf{b}, x_{ij} = 0, 1\}} (\mathbf{c}^+ - \mathbf{c}) \mathbf{x} \quad (3.9)$$

Sub-langkah 6-2:

Definisikan ketiga fungsi keanggotaan berikut:

penugasan satu unit sumber daya- i untuk mengerjakan tugas ke- j .

Langkah-4: Rumuskan pemrograman linier bertujuan majemuk berfungsi objektif meminimumkan nilai bilangan kabur segitiga sebagai berikut:

$$\text{minimasiz} = (\mathbf{c}^- \mathbf{x}, \mathbf{c} \mathbf{x}, \mathbf{c}^+ \mathbf{x})$$

dengankendala

$$\mathbf{A} \mathbf{x} \leq, =, \geq \mathbf{b}$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

$$\mu_{z_1}(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ jika } (c - c^-)x \leq z_1^{\min} \\ \frac{(c - c^-)x - z_1^{\min}}{z_1^{\max} - z_1^{\min}} & , \text{ jika } z_1^{\min} \leq (c - c^-)x \leq z_1^{\max} \\ 1 & , \text{ jika } (c - c^-)x \geq z_1^{\max} \end{cases} \quad (3.10)$$

$$\mu_{z_2}(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ jika } cx \geq z_2^{\max} \\ \frac{z_2^{\max} - cx}{z_2^{\max} - z_2^{\min}} & , \text{ jika } z_2^{\min} \leq cx \leq z_2^{\max} \\ 1 & , \text{ jika } cx \leq z_2^{\min} \end{cases} \quad (3.11)$$

$$\mu_{z_3}(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ jika } (c^+ - c)x \geq z_3^{\max} \\ \frac{z_3^{\max} - (c^+ - c)x}{z_3^{\max} - z_3^{\min}} & , \text{ jika } z_3^{\min} \leq (c^+ - c)x \leq z_3^{\max} \\ 1 & , \text{ jika } (c^+ - c)x \leq z_3^{\min} \end{cases} \quad (3.12)$$

Sub-langkah 6-3:

Definisikan masalah PL berikut ini:

$$\max_{x \in X = \{x | Ax \leq b, x = 0, 1\}} \min \{\mu_{z_1}(x), \mu_{z_2}(x), \mu_{z_3}(x)\} \quad (3.13)$$

dan definisikan pula

$$\alpha = \min \{\mu_{z_1}(x), \mu_{z_2}(x), \mu_{z_3}(x)\} \quad (3.14)$$

Sub-langkah 6-4:

Dapatkan masalah berikut (yang ekuivalen dengan masalah Sub-langkah 2-3):

$$\max \alpha \quad (3.15)$$

dengan kendala

$$\mu_{z_1}(x) \geq \alpha \quad \text{atau} \quad (c - c^-)x - \alpha(z_1^{\max} - z_1^{\min}) \geq z_1^{\min} \quad (3.16)$$

$$\mu_{z_2}(x) \geq \alpha \quad \text{atau} \quad cx + \alpha(z_2^{\max} - z_2^{\min}) \leq z_2^{\max} \quad (3.17)$$

$$\mu_{z_3}(x) \geq \alpha \quad \text{atau} \quad (c^+ - c)x + \alpha(z_3^{\max} - z_3^{\min}) \leq z_3^{\max} \quad (3.18)$$

$$Ax \leq, =, \geq b \quad (3.19)$$

$$0 \leq \alpha \leq 1 \quad (3.20)$$

$$x_{ij} = 0 \text{ atau } 1 \quad (3.21)$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk memperjelas langkah-langkah pembentukan dan penyelesaian Masalah Penugasan dengan Koefisien Fungsi Objektif Kabur (MPKFOK), berikut ini diberikan ilustrasi numeriknya yang berasal dari masalah Machineco (Winston, 2003) sebagai contohnya. Masalah Machineco adalah masalah penugasan dengan KFO berupa waktu yang diperlukan oleh sebuah sumber daya untuk mengerjakan pekerjaan tertentu. KFO ini sifatnya *crisp*, atau berupa bilangan yang nilainya

tunggal. Masalah ini akan dikembangkan menjadi MPKFOK dalam hal waktu pengerjaan yang tidak lagi berupa bilangan bernilai tunggal, melainkan mengambil nilai pada suatu interval.

Machineco memiliki empat mesin dan empat pekerjaan yang harus diselesaikan. Setiap mesin akan ditugaskan untuk menyelesaikan sebuah pekerjaan dan sebaliknya. Harus ditentukan penugasan dari setiap mesin yang dimiliki *Machineco*, agar total waktu setup yang dibutuhkan untuk menyelesaikan semua pekerjaan menjadi minimum. Waktu setup pada tiap mesin dalam

menyelesaikan setiap jenis pekerjaan seperti tertera pada Tabel-2 berikut.

Tabel 2. Tabel Waktu Setup Tiap Mesin untuk Tiap Pekerjaan

Mesin	Waktu Setup (menit)			
	Pekerjaan-1	Pekerjaan-2	Pekerjaan-3	Pekerjaan-4
Mesin-1	840	300	480	420
Mesin-2	120	720	360	300
Mesin-3	420	480	180	540
Mesin-4	120	240	360	600

$$\min z = 14x_{11} + 5x_{12} + 8x_{13} + 7x_{14} + 2x_{21} + 12x_{22} + 6x_{23} + 5x_{24} + 7x_{31} + 8x_{32} + 3x_{33} + 9x_{34} + 2x_{41} + 4x_{42} + 6x_{43} + 10x_{44}$$

dengan kendala

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 1$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 1$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 1$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 1$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 1$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 1$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 1$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 1$$

$$x_{ij} = 0 \text{ atau } 1$$

$$\bar{c}_{11} = \mu_{c_{11}}(x; 800, 840, 920) = \begin{cases} (x - 800)/40, & \text{jika } 800 \leq x < 840 \\ (920 - x)/80, & \text{jika } 840 \leq x \leq 920 \\ 0, & \text{jika } x > 920 \text{ atau } x < 800 \end{cases}$$

$$\bar{c}_{12} = \mu_{c_{12}}(x; 270, 300, 360) = \begin{cases} (x - 270)/30, & \text{jika } 270 \leq x < 300 \\ (360 - x)/60, & \text{jika } 300 \leq x \leq 360 \\ 0, & \text{jika } x > 360 \text{ atau } x < 270 \end{cases}$$

$$\bar{c}_{13} = \mu_{c_{13}}(x; 450, 480, 540) = \begin{cases} (x - 450)/30, & \text{jika } 450 \leq x < 480 \\ (540 - x)/60, & \text{jika } 480 \leq x \leq 540 \\ 0, & \text{jika } x > 540 \text{ atau } x < 450 \end{cases}$$

$$\bar{c}_{14} = \mu_{c_{14}}(x; 390, 420, 480) = \begin{cases} (x - 390)/30, & \text{jika } 390 \leq x < 420 \\ (480 - x)/60, & \text{jika } 420 \leq x \leq 480 \\ 0, & \text{jika } x > 480 \text{ atau } x < 390 \end{cases}$$

$$\bar{c}_{21} = \mu_{c_{21}}(x; 100, 120, 140) = \begin{cases} (x - 100)/20, & \text{jika } 100 \leq x < 120 \\ (140 - x)/20, & \text{jika } 120 \leq x \leq 140 \\ 0, & \text{jika } x > 140 \text{ atau } x < 100 \end{cases}$$

$$\bar{c}_{22} = \mu_{c_{22}}(x; 680, 720, 800) = \begin{cases} (x - 680)/40, & \text{jika } 680 \leq x < 720 \\ (800 - x)/80, & \text{jika } 720 \leq x \leq 800 \\ 0, & \text{jika } x > 800 \text{ atau } x < 680 \end{cases}$$

$$\bar{c}_{23} = \mu_{c_{23}}(x; 330, 360, 390) = \begin{cases} (x - 330)/30, & \text{jika } 330 \leq x < 360 \\ (390 - x)/30, & \text{jika } 360 \leq x \leq 390 \\ 0, & \text{jika } x > 390 \text{ atau } x < 330 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}\overline{c_{24}} &= \mu_{c_{24}}(x; 270, 300, 330) = \begin{cases} (x - 270)/30, & \text{jika } 270 \leq x < 300 \\ (330 - x)/30, & \text{jika } 300 \leq x \leq 330 \\ 0, & \text{jika } x > 330 \text{ atau } x < 270 \end{cases} \\ \overline{c_{31}} &= \mu_{c_{31}}(x; 390, 420, 450) = \begin{cases} (x - 390)/30, & \text{jika } 390 \leq x < 420 \\ (450 - x)/30, & \text{jika } 420 \leq x \leq 450 \\ 0, & \text{jika } x > 450 \text{ atau } x < 390 \end{cases} \\ \overline{c_{32}} &= \mu_{c_{32}}(x; 450, 480, 540) = \begin{cases} (x - 450)/30, & \text{jika } 450 \leq x < 480 \\ (540 - x)/60, & \text{jika } 480 \leq x \leq 540 \\ 0, & \text{jika } x > 540 \text{ atau } x < 450 \end{cases} \\ \overline{c_{33}} &= \mu_{c_{33}}(x; 160, 180, 200) = \begin{cases} (x - 160)/20, & \text{jika } 160 \leq x < 180 \\ (200 - x)/20, & \text{jika } 180 \leq x \leq 200 \\ 0, & \text{jika } x > 200 \text{ atau } x < 160 \end{cases} \\ \overline{c_{34}} &= \mu_{c_{34}}(x; 520, 540, 600) = \begin{cases} (x - 520)/20, & \text{jika } 520 \leq x < 540 \\ (600 - x)/60, & \text{jika } 540 \leq x \leq 600 \\ 0, & \text{jika } x > 600 \text{ atau } x < 540 \end{cases} \\ \overline{c_{41}} &= \mu_{c_{41}}(x; 100, 120, 140) = \begin{cases} (x - 100)/20, & \text{jika } 100 \leq x < 120 \\ (140 - x)/20, & \text{jika } 120 \leq x \leq 140 \\ 0, & \text{jika } x > 140 \text{ atau } x < 100 \end{cases} \\ \overline{c_{42}} &= \mu_{c_{42}}(x; 210, 240, 270) = \begin{cases} (x - 210)/30, & \text{jika } 210 \leq x < 240 \\ (270 - x)/30, & \text{jika } 240 \leq x \leq 270 \\ 0, & \text{jika } x > 270 \text{ atau } x < 210 \end{cases} \\ \overline{c_{43}} &= \mu_{c_{43}}(x; 330, 360, 390) = \begin{cases} (x - 330)/30, & \text{jika } 330 \leq x < 360 \\ (390 - x)/30, & \text{jika } 360 \leq x \leq 390 \\ 0, & \text{jika } x > 390 \text{ atau } x < 360 \end{cases} \\ \overline{c_{44}} &= \mu_{c_{44}}(x; 580, 600, 660) = \begin{cases} (x - 580)/20, & \text{jika } 580 \leq x < 600 \\ (660 - x)/60, & \text{jika } 600 \leq x \leq 660 \\ 0, & \text{jika } x > 660 \text{ atau } x < 580 \end{cases}\end{aligned}$$

Langkah-3: Untuk kasus Machineco didapatkan vektor-vektor berikut:

$$\begin{aligned}\overline{\mathbf{c}} &= (\overline{c_{11}} \quad \overline{c_{12}} \quad \overline{c_{13}} \quad \overline{c_{14}} \quad \overline{c_{21}} \quad \overline{c_{22}} \quad \overline{c_{23}} \quad \overline{c_{24}} \quad \overline{c_{31}} \quad \overline{c_{32}} \quad \overline{c_{33}} \quad \overline{c_{34}} \quad \overline{c_{41}} \quad \overline{c_{42}} \quad \overline{c_{43}} \quad \overline{c_{44}}) \\ &= (840 \quad 300 \quad 480 \quad 420 \quad 120 \quad 720 \quad 360 \quad 300 \quad 420 \quad 480 \quad 180 \quad 540 \quad 120 \quad 240 \quad 360 \quad 600) \\ \overline{c_{11}} &= \overline{840} = (840^- \quad 840 \quad 840^+) = (800 \quad 840 \quad 920) = (c_{11}^- \quad c_{11}^0 \quad c_{11}^+) \\ \overline{c_{12}} &= \overline{300} = (300^- \quad 300 \quad 300^+) = (270 \quad 300 \quad 330) = (c_{12}^- \quad c_{12}^0 \quad c_{12}^+) \\ \overline{c_{13}} &= \overline{480} = (480^- \quad 480 \quad 480^+) = (450 \quad 480 \quad 540) = (c_{13}^- \quad c_{13}^0 \quad c_{13}^+) \\ \overline{c_{14}} &= \overline{420} = (420^- \quad 420 \quad 420^+) = (390 \quad 420 \quad 480) = (c_{14}^- \quad c_{14}^0 \quad c_{14}^+) \\ \overline{c_{21}} &= \overline{120} = (120^- \quad 120 \quad 120^+) = (100 \quad 120 \quad 140) = (c_{21}^- \quad c_{21}^0 \quad c_{21}^+) \\ \overline{c_{22}} &= \overline{720} = (720^- \quad 720 \quad 720^+) = (680 \quad 720 \quad 800) = (c_{22}^- \quad c_{22}^0 \quad c_{22}^+) \\ \overline{c_{23}} &= \overline{360} = (360^- \quad 360 \quad 360^+) = (330 \quad 360 \quad 390) = (c_{23}^- \quad c_{23}^0 \quad c_{23}^+)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\overline{c_{24}} &= \overline{300} = (300^- \quad 300 \quad 300^+) = (270 \quad 300 \quad 330) = (c_{24}^- \quad c_{24}^0 \quad c_{24}^+) \\
\overline{c_{31}} &= \overline{420} = (420^- \quad 420 \quad 420^+) = (390 \quad 420 \quad 450) = (c_{31}^- \quad c_{31}^0 \quad c_{31}^+) \\
\overline{c_{32}} &= \overline{480} = (480^- \quad 480 \quad 480^+) = (450 \quad 480 \quad 540) = (c_{32}^- \quad c_{32}^0 \quad c_{32}^+) \\
\overline{c_{33}} &= \overline{180} = (180^- \quad 180 \quad 180^+) = (160 \quad 180 \quad 200) = (c_{33}^- \quad c_{33}^0 \quad c_{33}^+) \\
\overline{c_{34}} &= \overline{540} = (540^- \quad 540 \quad 540^+) = (520 \quad 540 \quad 600) = (c_{34}^- \quad c_{34}^0 \quad c_{34}^+) \\
\overline{c_{41}} &= \overline{120} = (120^- \quad 120 \quad 120^+) = (100 \quad 120 \quad 140) = (c_{41}^- \quad c_{41}^0 \quad c_{41}^+) \\
\overline{c_{42}} &= \overline{240} = (240^- \quad 240 \quad 240^+) = (210 \quad 240 \quad 270) = (c_{42}^- \quad c_{42}^0 \quad c_{42}^+) \\
\overline{c_{43}} &= \overline{360} = (360^- \quad 360 \quad 360^+) = (330 \quad 360 \quad 390) = (c_{43}^- \quad c_{43}^0 \quad c_{43}^+) \\
\overline{c_{44}} &= \overline{600} = (600^- \quad 600 \quad 600^+) = (580 \quad 600 \quad 660) = (c_{44}^- \quad c_{44}^0 \quad c_{44}^+)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c^- &= (c_{11}^- \quad c_{12}^- \quad c_{13}^- \quad c_{14}^- \quad c_{21}^- \quad c_{22}^- \quad c_{23}^- \quad c_{24}^- \quad c_{31}^- \quad c_{32}^- \quad c_{33}^- \quad c_{34}^- \quad c_{41}^- \quad c_{42}^- \quad c_{43}^- \quad c_{44}^-) \\
&= (800 \quad 270 \quad 450 \quad 390 \quad 100 \quad 680 \quad 330 \quad 270 \quad 390 \quad 450 \quad 160 \quad 520 \quad 100 \quad 210 \quad 330 \quad 580) \\
c^0 &= (c_{11}^0 \quad c_{12}^0 \quad c_{13}^0 \quad c_{14}^0 \quad c_{21}^0 \quad c_{22}^0 \quad c_{23}^0 \quad c_{24}^0 \quad c_{31}^0 \quad c_{32}^0 \quad c_{33}^0 \quad c_{34}^0 \quad c_{41}^0 \quad c_{42}^0 \quad c_{43}^0 \quad c_{44}^0) \\
&= (840 \quad 300 \quad 480 \quad 420 \quad 120 \quad 720 \quad 360 \quad 300 \quad 420 \quad 480 \quad 180 \quad 540 \quad 120 \quad 240 \quad 360 \quad 600) \\
c^+ &= (c_{11}^+ \quad c_{12}^+ \quad c_{13}^+ \quad c_{14}^+ \quad c_{21}^+ \quad c_{22}^+ \quad c_{23}^+ \quad c_{24}^+ \quad c_{31}^+ \quad c_{32}^+ \quad c_{33}^+ \quad c_{34}^+ \quad c_{41}^+ \quad c_{42}^+ \quad c_{43}^+ \quad c_{44}^+) \\
&= (920 \quad 360 \quad 540 \quad 480 \quad 140 \quad 800 \quad 390 \quad 330 \quad 450 \quad 540 \quad 200 \quad 600 \quad 140 \quad 270 \quad 390 \quad 660)
\end{aligned}$$

Langkah-4: Untuk kasus Machineco didapatkan masalah berikut:

$$\begin{aligned}
\text{minimasi } z &= 800x_{11} + 270x_{12} + 450x_{13} + 390x_{14} + 100x_{21} + 680x_{22} + 330x_{23} + 270x_{24} + 390x_{31} + \\
&450x_{32} + 160x_{33} + 520x_{34} + 100x_{41} + 210x_{42} + 330x_{43} + 580x_{44}, 840x_{11} + 300x_{12} + 480x_{13} + 420x_{14} \\
&+ 120x_{21} + 720x_{22} + 360x_{23} + 300x_{24} + 420x_{31} + 480x_{32} + 180x_{33} + 540x_{34} + 120x_{41} + 240x_{42} + \\
&360x_{43} + 600x_{44}, 920x_{11} + 360x_{12} + 540x_{13} + 480x_{14} + 140x_{21} + 800x_{22} + 390x_{23} + 330x_{24} + 450x_{31} \\
&+ 540x_{32} + 200x_{33} + 600x_{34} + 140x_{41} + 270x_{42} + 390x_{43} + 560x_{44}.
\end{aligned}$$

dengan kendala:

$$\begin{aligned}
x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} &= 1 \\
x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} &= 1 \\
x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} &= 1 \\
x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} &= 1 \\
x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} &= 1 \\
x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} &= 1 \\
x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} &= 1 \\
x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} &= 1 \\
x_{ij} &= 0 \text{ atau } x_{ij} = 1
\end{aligned}$$

Langkah-langkah Penyelesaian MPLKFOK

Langkah-5: Untuk Machineco didapatkan:

$$\begin{aligned}
\max z_1 &= 40x_{11} + 30x_{12} + 30x_{13} + 30x_{14} + 20x_{21} + 40x_{22} + 30x_{23} + 30x_{24} + 30x_{31} + 30x_{32} + 20x_{33} + 20x_{34} + 20x_{41} \\
&\quad + 30x_{42} + 30x_{43} + 20x_{44} \\
\min z_2 &= 840x_{11} + 300x_{12} + 480x_{13} + 420x_{14} + 120x_{21} + 720x_{22} + 360x_{23} + 300x_{24} + 420x_{31} + 480x_{32} + 180x_{33} + \\
&\quad 540x_{34} + 120x_{41} + 240x_{42} + 360x_{43} + 600x_{44} \\
\min z_3 &= 80x_{11} + 60x_{12} + 60x_{13} + 60x_{14} + 20x_{21} + 80x_{22} + 30x_{23} + 30x_{24} + 30x_{31} + 60x_{32} + 20x_{33} + 60x_{34} + 20x_{41} \\
&\quad + 30x_{42} + 30x_{43} + 60x_{44} \\
&\text{dengan kendala}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} &= 1 \\
 x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} &= 1 \\
 x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} &= 1 \\
 x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} &= 1 \\
 x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} &= 1 \\
 x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} &= 1 \\
 x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} &= 1 \\
 x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} &= 1 \\
 x_{ij} &= 0 \text{ atau } 1
 \end{aligned}$$

Langkah-6:

Sub-langkah 6-1:

Untuk kasus Machineco, didapatkan nilai-nilai berikut ini:

$$\begin{aligned}
 Z_1^{\max} &= \max_{x \in X = \{x \mid Ax_i \leq b, x_{ij} = 0, 1\}} (c - c^*)x \\
 &= \max_{x \in X = \{x \mid Ax_i \leq b, x_{ij} = 0, 1\}} (40x_{11} + 30x_{12} + 30x_{13} + 30x_{14} + 20x_{21} + 40x_{22} + 30x_{23} + 30x_{24} + 30x_{31} + 30x_{32} + \\
 &\quad 20x_{33} + 20x_{34} + 20x_{41} + 30x_{42} + 30x_{43} + 20x_{44}) = 130
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Z_1^{\min} &= \min_{x \in X = \{x \mid Ax_i \geq b, x_{ij} = 0, 1\}} (c - c^*)x \\
 &= \min_{x \in X = \{x \mid Ax_i \geq b, x_{ij} = 0, 1\}} (40x_{11} + 30x_{12} + 30x_{13} + 30x_{14} + 20x_{21} + 40x_{22} + 30x_{23} + 30x_{24} + 30x_{31} + 30x_{32} + \\
 &\quad 20x_{33} + 20x_{34} + 20x_{41} + 30x_{42} + 30x_{43} + 20x_{44}) = 20
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Z_2^{\min} &= \min_{x \in X = \{x \mid Ax \leq b, x_{ij} = 0, 1\}} cx \\
 &= \min_{x \in X = \{x \mid Ax_i \leq b, x_{ij} = 0, 1\}} (840x_{11} + 300x_{12} + 480x_{13} + 420x_{14} + 120x_{21} + 720x_{22} + 360x_{23} + \\
 &\quad 300x_{24} + 420x_{31} + 480x_{32} + 180x_{33} + 540x_{34} + 120x_{41} + 240x_{42} + 360x_{43} + 600x_{44}) = 900
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Z_2^{\max} &= \max_{x \in X = \{x_{ij} = 0, 1\}} cx \\
 &= \max_{x \in X = \{x \mid Ax_i \leq b, x_{ij} = 0, 1\}} (840x_{11} + 300x_{12} + 480x_{13} + 420x_{14} + 120x_{21} + 720x_{22} + 360x_{23} + \\
 &\quad 300x_{24} + 420x_{31} + 480x_{32} + 180x_{33} + 540x_{34} + 120x_{41} + 240x_{42} + 360x_{43} + 600x_{44}) = 2460 \\
 &= 2460
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Z_3^{\min} &= \min_{x \in X = \{x \mid Ax_i \geq b, x_{ij} = 0, 1\}} (c^+ - c)x \\
 &= \min_{x \in X = \{x \mid Ax_i \geq b, x_{ij} = 0, 1\}} (80x_{11} + 60x_{12} + 60x_{13} + 60x_{14} + 20x_{21} + 80x_{22} + 30x_{23} + 30x_{24} + \\
 &\quad 30x_{31} + 60x_{32} + 20x_{33} + 60x_{34} + 20x_{41} + 30x_{42} + 30x_{43} + 60x_{44}) = 130
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Z_3^{\max} &= \max_{x \in X = \{x \mid Ax_i \leq b, x_{ij} = 0, 1\}} (c^+ - c)x \\
 &= \max_{x \in X = \{x \mid Ax_i \leq b, x_{ij} = 0, 1\}} (80x_{11} + 60x_{12} + 60x_{13} + 60x_{14} + 20x_{21} + 80x_{22} + 30x_{23} + 30x_{24} + 30x_{31} + \\
 &\quad 60x_{32} + 20x_{33} + 60x_{34} + 20x_{41} + 30x_{42} + 30x_{43} + 60x_{44}) = 250
 \end{aligned}$$

Sub-langkah 6-2:

Untuk kasus Machineco didapatkan:

$$\mu_{z_1}(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ jika } (c - c^-)x \leq 20 \\ \frac{(c - c^-)x - 20}{110} & , \text{ jika } 20 \leq (c - c^-)x \leq 130 \\ 1 & , \text{ jika } (c - c^-)x \geq 130 \end{cases}$$

$$\mu_{z_2}(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ jika } cx \geq 1500 \\ \frac{2460 - cx}{1560} & , \text{ jika } 900 \leq cx \leq 2460 \\ 1 & , \text{ jika } cx \leq 900 \end{cases}$$

$$\mu_{z_3}(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ jika } (c^+ - c)x \geq 130 \\ \frac{250 - (c^+ - c)x}{120} & , \text{ jika } 130 \leq (c^+ - c)x \leq 250 \\ 1 & , \text{ jika } (c^+ - c)x \leq 130 \end{cases}$$

Sub-langkah 6-3:

Definisikan MPL berikut ini:

$$\max_{x \in X = \{x \mid Ax \leq, =, \geq b, x_{ij} = 0, 1\}} \min \{ \mu_{z_1}(x), \mu_{z_2}(x), \mu_{z_3}(x) \}$$

dan

$$\alpha = \min_{x \in X = \{x \mid Ax \leq, =, \geq b, x_{ij} = 0, 1\}} \{ \mu_{z_1}(x), \mu_{z_2}(x), \mu_{z_3}(x) \}$$

Sub-langkah 6-4:

Untuk kasus Machineco didapatkan masalah:

$$\max \alpha$$

dengan kendala:

$$\begin{aligned} & (40x_{11} + 30x_{12} + 30x_{13} + 30x_{14} + 20x_{21} + 40x_{22} + 30x_{23} + 30x_{24} + \\ & 30x_{31} + 30x_{32} + 20x_{33} + 20x_{34} + 20x_{41} + 30x_{42} + 30x_{43} + 20x_{44}) - 110\alpha \geq 20 \\ & (840x_{11} + 300x_{12} + 480x_{13} + 420x_{14} + 120x_{21} + 720x_{22} + 360x_{23} + 300x_{24} + \\ & 420x_{31} + 480x_{32} + 180x_{33} + 540x_{34} + 120x_{41} + 240x_{42} + 360x_{43} + 600x_{44}) + 1560\alpha \leq 2460 \\ & (80x_{11} + 60x_{12} + 60x_{13} + 60x_{14} + 20x_{21} + 80x_{22} + 30x_{23} + 30x_{24} + \\ & 30x_{31} + 60x_{32} + 20x_{33} + 60x_{34} + 20x_{41} + 30x_{42} + 30x_{43} + 60x_{44}) + 120\alpha \leq 250 \\ & 0 \leq \alpha \leq 1 \\ & x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 1 \\ & x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 1 \\ & x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 1 \\ & x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 1 \\ & x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 1 \\ & x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 1 \\ & x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 1 \\ & x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 1 \\ & x_{ij} = 0, 1 \end{aligned}$$

Interpretasi Penyelesaian MPLKFOK. Dengan bantuan perangkat lunak WinQSB didapatkan solusi terhadap MPLKFOK pada sub-langkah 6-4 pada Bab 4.2 sebagai berikut:

$$\alpha = 0.7273$$

$$x_{11} = 0, x_{12} = 1, x_{13} = 0, x_{14} = 0$$

$$\begin{aligned}x_{21} &= 0, x_{22} = 0, x_{23} = 0, x_{24} = 1, \\x_{31} &= 0, x_{32} = 0, x_{33} = 1, x_{34} = 0 \\x_{41} &= 1, x_{42} = 0, x_{43} = 0, x_{44} = 0,\end{aligned}$$

Artinya Machineco disarankan untuk melakukan penugasan kerja mengikuti Tabel-3 berikut.

Tabel-3 Saran Penugasan Kerja untuk Machineco

Mesin	Pekerjaan-1	Pekerjaan-2	Pekerjaan-3	Pekerjaan-4
Mesin-1	0	1	0	0
Mesin-2	0	0	0	1
Mesin-3	0	0	1	0
Mesin-4	1	0	0	0

Jadi, Machineco disarankan untuk menugaskan Mesin-1,2,3 dan 4 untuk, berturut-turut, mengerjakan Pekerjaan 2,4,3 dan 1. Bila saran ini diikuti oleh Machineco, maka dari Sub-langkah 6-2 didapatkan:

$$\mu_{z_1}(x) = \mu_{z_1}(15,0,0,20,17.5,2.5,30,0,12.5,17.5,0,10,45,20,30,30) = 0.7273$$

$$\mu_{z_2}(x) = \mu_{z_2}(15,0,0,20,17.5,2.5,30,0,12.5,17.5,0,10,45,20,30,30) = 0.9167$$

$$\mu_{z_3}(x) = \mu_{z_3}(15,0,0,20,17.5,2.5,30,0,12.5,17.5,0,10,45,20,30,30) = 1$$

sehingga dari definisi pada Sub-langkah 6-3 didapatkan nilai

$$\alpha = \min\{\mu_{z_1}(x), \mu_{z_2}(x), \mu_{z_3}(x)\} = \min\{0.7273, 0.9167, 1\} = 0.7273$$

Interpretasi terhadap nilai α diberikan setelah pembahasan hal berikut ini.

Selanjutnya dari Langkah-5 akan didapatkan nilai-nilai:

$$\begin{aligned}\max z_1 &= 40x_{11} + 30x_{12} + 30x_{13} + 30x_{14} + 20x_{21} + 40x_{22} + 30x_{23} + 30x_{24} + 30x_{31} + 30x_{32} + \\&20x_{33} + 20x_{34} + 20x_{41} + 30x_{42} + 30x_{43} + 20x_{44} = 100 \text{ menit}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\min z_2 &= 840x_{11} + 300x_{12} + 480x_{13} + 420x_{14} + 120x_{21} + 720x_{22} + 360x_{23} + 300x_{24} + \\&420x_{31} + 480x_{32} + 180x_{33} + 540x_{34} + 120x_{41} + 240x_{42} + 360x_{43} + 600x_{44} = 1030 \text{ menit}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\min z_3 &= 80x_{11} + 60x_{12} + 60x_{13} + 60x_{14} + 20x_{21} + 80x_{22} + 30x_{23} + 30x_{24} + 30x_{31} + 60x_{32} + \\&20x_{33} + 60x_{34} + 20x_{41} + 30x_{42} + 30x_{43} + 60x_{44} = 130 \text{ menit}\end{aligned}$$

Artinya, bila saran seperti tertera pada Tabel-3 diikuti oleh Machineco, maka di tengah ketidakmenentuan waktu *setup* mesin, waktu *setup maksimum* yang dihabiskan Machineco dijamin akan berkisar antara: batas bawah = $z_2 - z_1 = 1030 - 100 = 930$ menit batas atas = $z_2 + z_3 = 1030 + 130 = 1160$ menit. Meski demikian, waktu *setup maksimum* yang bersifat paling boleh jadi (*the most possible, the most likely*) adalah sebesar-besarnya 1030 menit.

Di atas telah didapatkan nilai $\alpha = 0.7273$, nilai ini berkaitan dengan nilai waktu *setup maksimum* sebesar 1030 menit. Artinya “derajat keboleh-jadian” terhadap perolehan solusi yang berkaitan dengan waktu *setup maksimum* ini adalah 0.7273. Sebagai perbandingan, “derajat kebolehjadian” bagi tercapainya skenario waktu *setup* terburuk (*the worst case*) sebesar 1160 menit, adalah 0. Sementara, “derajat kebolehjadian” bagi tercapainya skenario

waktu *setup* terbaik (*the best case*) sebesar 930 menit, adalah 1.

PENUTUP

Berdasarkan pembicaraan sebelumnya, berikut ini dapat disampaikan beberapa butir kesimpulan dan saran, terutama saran yang berkaitan dengan potensi penelitian selanjutnya.

Simpulan. Langkah-langkah Pemodelan dan Penyelesaian Masalah Penugasan dengan Koefisien Ongkos berbentuk Bilangan Kabur Segitiga telah diuraikan pada Bab 3.1-3.2. Langkah-langkah tersebut merumuskan Masalah Penugasan kedalam MPLBB 0-1, kemudian adanya koefisien ongkos yang kabur menjadikan terbentuknya MPLKFOK 0-1. Pencarian solusi dilakukan dengan cara mengubah MPLKFOK 0-1 menjadi MPLBB biasa.

Masalah Penugasan Kabur memiliki keunggulan atas Masalah Penugasan biasa. Keunggulan itu terletak pada kemampuannya untuk mengakomodasi kasus koefisien ongkos tidak lagi berupa bilangan tunggal melainkan mengambil nilai pada suatu interval. Kemampuan mengakomodasi kasus ini menjadi penting, karena seringkali pada realitanya koefisien ini dinyatakan dalam frase-frase yang bersifat subjektif, seperti “sekitar”, “kira-kira”, “hampir” atau “kurang lebih”.

Saran. Tulisan ini membahas pemodelan dan penyelesaian Masalah Penugasan dengan Koefisien Objektif berbentuk Bilangan Kabur Segitiga. Dari bahasan ini dapat disampaikan beberapa butir saran penelitian lebih lanjut berikut ini: Pemodelan dan Penyelesaian masalah serupa untuk kasus koefisien ongkos berupa bilangan kabur jenis lain, seperti bilangan kabur trapesium, bilangan kabur bahu kiri,

bilangan kabur bahu kanan dan lain-lain; Penyusunan analisis sensitivitas serta bentuk dual dan analisis lebih lanjut dari Model Penugasan Kabur.

DAFTAR PUSTAKA

- Susanto S dan Adianto H. **Pemodelan dan Penyelesaian Pemrograman Linier dengan Koefisien Fungsi Objektif Berbentuk Bilangan Kabur Segitiga.** *Jurnal Ekonomi dan Komputer*. Lembaga Penelitian Universitas Gunadarma. Nomor 2/Tahun XIII. hal 85-93. 2005.
- Wang L X. **A Course in Fuzzy Systems and Control.** Prentice Hall International. London. 1997.
- Winston W L. 2003. **Operations Research: Applications and Algorithms.** Ed ke-4. International Thomson Publishing. California. 2003.